

УДК: 533.6.011.72

# ЭКСТРЕМАЛЬНОЕ РЕГУЛЯРНОЕ ОТРАЖЕНИЕ КОСЫХ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ И БЕГУЩИХ УДАРНЫХ ВОЛН THE EXTREMAL REGULAR REFLECTION OF OBLIQUE STEADY AND PROPAGATING SHOCKS

*Д-р техн. наук М.В. Чернышов, К.Э. Савелова, Н.Б. Федосенко*

*DPhil M.V. Chernyshov, K.E. Savelova, N.B. Fedosenko*

*БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова*

Рассматривается регулярное отражение косого скачка уплотнения и бегущей ударной волны в сверхзвуковом потоке совершенного газа. Аналитически определены условия экстремума статического давления за точкой отражения скачка заданной интенсивности в зависимости от числа Маха набегающего потока. Полученные результаты применены к решению эквивалентной задачи об отражении бегущей ударной волны заданной интенсивности от наклонной преграды. Показано немонотонное изменение механической нагрузки на преграду в зависимости от угла ее наклона, аналитически определены углы наклона, соответствующие экстремумам давления за точкой отражения ударной волны.

**Ключевые слова:** регулярное отражение, отражение ударной волны от преграды, экстремальные механические нагрузки, аналитическое решение.

The regular reflection of an oblique steady shock in supersonic flow of a perfect gas is considered. The static pressure extremum conditions after the point of reflection of the shock with fixed strength depending on oncoming flow Mach number are determined analytically. The obtained results are applied to solution of the mechanically equivalent problem of the reflection of a propagating shock from an inclined surface. Non-monotonic variation of the mechanical loads on the obstacle with respect to its inclination angle is shown; the obstacle slope angles that correspond to pressure minima downwards of the unsteady shock reflection point are determined analytically.

**Keywords:** oblique shock, shock reflection from obstacle, minimum mechanical loads, analytical solution.

## Введение

Регулярное отражение скачков уплотнения и бегущих ударных волн от твердой поверхности или плоскости симметрии газового течения известно, начиная с XIX века [1–4]. Аналитическое решение [1] для параметров отраженного скачка или волны графически представимо на плоскости ударных поляр. Хорошо изучены условия существования регулярного отражения и критерии перехода к нерегулярному (маховскому) как в установившихся, так и в нестационарных

течениях [2]. Если значение  $\gamma$  показателя адиабаты газа в установившемся течении известно и фиксировано, то свойства отраженного скачка уплотнения являются [3] функциями числа Маха  $M$  потока перед падающим скачком (рис. 1, а) и одного из параметров этого скачка (например, интенсивности  $J_1$  — отношения статических давлений на его сторонах или амплитуды  $\Delta p_1$  — разности этих давлений, особенно важной в задачах отражения взрывной ударной волны [2, 4, 5] с обращением движения, преобразующим ее передний фронт в неподвижный скачок уплотнения).

Зависимости, определяющие интенсивность отраженного скачка  $J_2(M, J_1)$  или его амплитуду  $\Delta p_2(M, \Delta p_1)$ , монотонны относительно  $J_1$  (или  $\Delta p_1$ ): при увеличении интенсивности  $J_1$  (амплитуды  $\Delta p_1$ ) падающего возмущения увеличивается интенсивность (амплитуда) отраженного скачка. В данной работе аналитически показано, что параметры отраженного скачка уплотнения являются (при фиксированных значениях  $J_1$  или  $\Delta p_1$ ) немонотонными функциями числа Маха  $M$  набегающего потока; определены условия возникновения экстремумов давления за отраженным скачком.

Практическая ценность полученных аналитических решений определяется эквивалентными задачами о косом отражении бегущих ударных (в частности, взрывных) волн (рис. 1, б). Давление за точкой регулярного отражения косого скачка уплотнения с углом наклона  $\sigma_1$  (рис. 1, а) равно давлению за точкой отражения бегущей ударной волны той же интенсивности (амплитуды) от клина, расположенного под углом  $\alpha = \pi/2 - \sigma_1$  к направлению ее распространения (рис. 1, б). Изменение числа Маха потока  $M$  в задаче о стационарном отражении скачка соответствует изменению угла  $\alpha$  раствора клина в задаче о нестационарном отражении бегущей волны той же интенсивности. Из немонотонного изменения давления за отраженным скачком уплотнения следует немонотонная зависимость механической нагрузки за отраженной ударной волной от угла наклона преграды.

Теоретические результаты данной работы (условия экстремума механических нагрузок за отраженными скачками и волнами) могут быть использованы при практической реализации многих взрывных технологий [6], в частности, в

задачах обеспечения взрывобезопасности [5, 7], взрывного разрушения строительных конструкций, ударно-волновой разделки металлоконструкций и резки металлов.

### Математическая модель регулярного отражения

#### Система уравнений для параметров отраженного скачка

Рассматривается регулярное отражение скачка уплотнения (рис. 1, а), падающего на твердую поверхность или плоскость симметрии течения в сверхзвуковом потоке невязкого совершенного газа. Параметры набегающего потока (число Маха  $M$ , давление  $p$ , показатель адиабаты газа  $\gamma$ ) и угол  $\sigma_1$  падения скачка определяют его интенсивность [3, 8]

$$J_1 = p_1/p = (1 + \varepsilon)M^2 \sin^2 \sigma_1 - \varepsilon,$$

амплитуду

$$\Delta p_1 = p_1 - p = p \cdot (J_1 - 1)$$

и угол  $\beta_1$  поворота потока на его поверхности (рис. 1)

$$|\beta_1| = \arctan \left[ \frac{\sqrt{(1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon - J_1} \times \frac{(1 - \varepsilon)(J_1 - 1)}{(1 + \varepsilon)M^2 - (1 - \varepsilon)(J_1 - 1)}}{1} \right]. \quad (1)$$

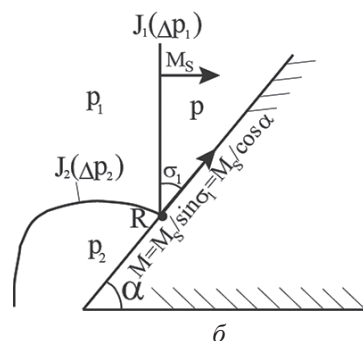
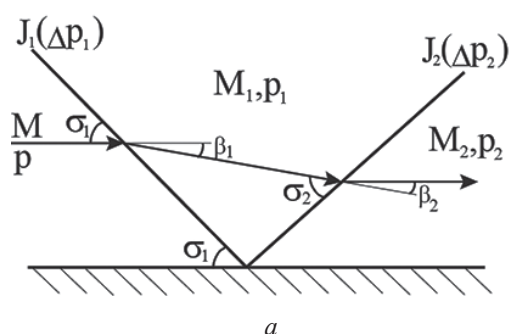


Рис. 1. Регулярное отражение косого скачка уплотнения в установившемся течении (а) и эквивалентный ему случай наклонного отражения бегущей ударной волны от преграды (б)

Здесь  $p_1$  — давление за падающим скачком,  $\varepsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1)$ . Число Маха  $M_1$  течения за скачком определяется соотношением

$$M_1 = \sqrt{\frac{(J_1 + \varepsilon)M^2 - (1 - \varepsilon)(J_1^2 - 1)}{J_1(1 + \varepsilon J_1)}}, \quad (2)$$

а угол  $\beta_2$  поворота потока на отраженном скачке зависит от его интенсивности и числа Маха  $M_1$  потока перед ним

$$\beta_2 = \arctan \left[ \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon)M_1^2 - \varepsilon - J_2}{J_2 + \varepsilon}} \times \frac{(1 - \varepsilon)(J_2 - 1)}{(1 + \varepsilon)M_1^2 - (1 - \varepsilon)(J_2 - 1)} \right]. \quad (3)$$

Условие реализации регулярного отражения

$$\beta_1 + \beta_2 = 0 \quad (4)$$

приводит, с учетом соотношений (1–3), к следующему уравнению относительно интенсивности  $J_2 = p_2/p_1$  отраженного скачка

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^3 C_n J_2^n &= 0, \\ C_3 &= [(1 + \varepsilon J_1)J_1 M]^2; \quad C_2 = -J_1(1 + \varepsilon J_1) \cdot x_2; \\ C_1 &= (1 + \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)(1 + (1 + 2\varepsilon)J_1^2)M^4 - \\ &- x_1 M^2 + (1 - \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)(J_1 + 1)(J_1 - 1)^3; \\ C_0 &= -(1 + \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)((1 + 2\varepsilon)J_1 - \varepsilon)M^4 + \\ &+ x_0 M^2 - (1 - \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)^2(J_1 - 1)^2; \\ x_2 &= (1 + \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)M^4 + \\ &+ (\varepsilon(2 - \varepsilon)J_1^2 - \varepsilon(1 - 2\varepsilon)J_1 + 2(1 - \varepsilon^2)) \times \\ &\times M^2 - (1 - \varepsilon)(J_1 + \varepsilon)(J_1 - 1)^2; \\ x_1 &= 2(1 + \varepsilon(1 - \varepsilon))J_1^4 - 2(1 - 2\varepsilon^2)J_1^3 - \\ &- \varepsilon(4 - \varepsilon - 2\varepsilon^2)J_1^2 + 2\varepsilon(1 - \varepsilon)J_1 - (1 - 2\varepsilon^2); \\ x_0 &= 2(1 + \varepsilon - \varepsilon^2)J_1^3 - (2 - 6\varepsilon^2 + \varepsilon^3) \times \\ &\times J_1^2 - 2\varepsilon(1 - \varepsilon)(1 + 2\varepsilon)J_1 + \varepsilon(1 - 2\varepsilon^2). \end{aligned} \quad (5)$$

## Пределы изменения интенсивности падающего скачка

Алгебраическое уравнение (5) имеет не более двух вещественных корней, принадлежащих диапазону  $[1; J_m(M_1)]$ , где  $J_m(M_1)$  — интенсивность наиболее сильного (прямого) скачка уплотнения из числа образующихся в потоке с числом Маха  $M_1$ . Эти решения существуют, если интенсивность падающего скачка удовлетворяет условию

$$1 \leq J_1 \leq J_d(M), \quad (6)$$

где  $J_d(M)$  — интенсивность, соответствующая так называемому критерию максимального угла отражения («detachment criterion» [2], кривая 1 на рис. 2, а; здесь и далее все примеры расчета соответствуют показателю адиабаты газа  $\gamma = 1,4$ ).

Практика работы газодинамических устройств показывает [2], что при регулярном отражении скачков уплотнения и ударных волн, как правило, реализуется меньший из двух упомянутых корней уравнения (6), соответствующий так называемой слабой ветви поляры отраженного скачка, а также меньшему производству удельной энтропии газа.

При умеренных и больших числах Маха ( $M > M_a$ , где  $M_a = \sqrt{(2 - \varepsilon)/(1 - \varepsilon)} = 1,483$ ) используется также критерий фон Неймана (он же — «критерий механического равновесия») смены вида отражения косого скачка (ударной волны), показанный кривой 2 на рис. 2, а. В области параметров падающего скачка, расположенной между кривыми 1 и 2 («области неоднозначности решения», dual solution domain), существуют решения и для регулярного, и для маховского отражения.

Многочисленные эксперименты [2, 9] показывают, что «критерий механического равновесия» предпочтителен при анализе установившихся течений, особенно в области неоднозначности решения, расположенной выше точки  $b$  касания кривых 1 и 2, где число Маха  $M_b = 2,202$  определяется из уравнения [10]

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^4 F_n M_b^{2n} &= 0; \\ F_4 &= (1 - \varepsilon)(2 - 4\varepsilon + 2\varepsilon^3 - \varepsilon^4); \end{aligned}$$

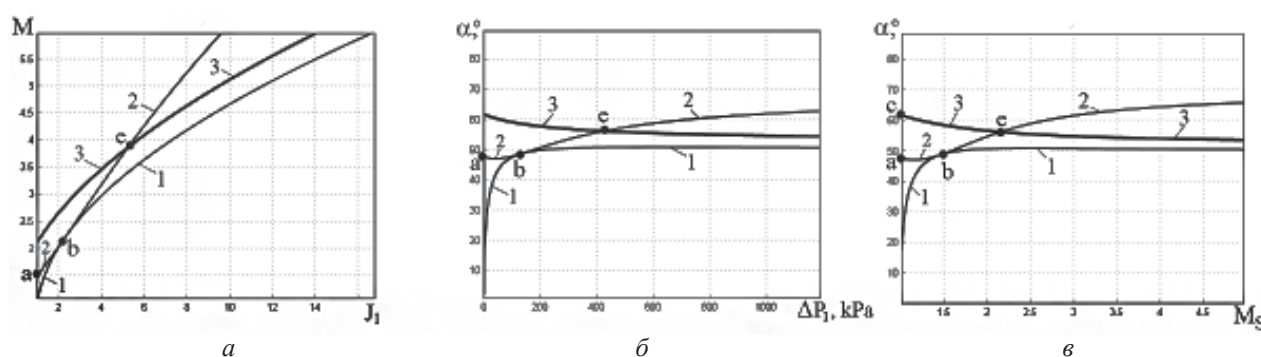


Рис. 2. Условия экстремума интенсивности и амплитуды регулярно отраженного скачка (ударной волны): кривые 1 — нижние границы области существования регулярного отражения согласно критерию максимального угла поворота потока; кривые 2 соответствуют смене типа отражения согласно условию механического равновесия, кривые 3 — локальным минимумам интенсивности (амплитуды) отраженных скачков (ударных волн) и избыточного давления за ними

$$F_3 = -10 + 20\varepsilon - 10\varepsilon^2 - 10\varepsilon^3 + 12\varepsilon^4 - 4\varepsilon^5;$$

$$F_2 = 12 - 24\varepsilon + 10\varepsilon^2 + 16\varepsilon^3 - 18\varepsilon^4 + 6\varepsilon^5;$$

$$F_1 = -2(1 + \varepsilon)(3 - 4\varepsilon + 2\varepsilon^2)(1 - \varepsilon)^2;$$

$$F_0 = (1 + \varepsilon)(1 - \varepsilon)^4.$$

Однако, согласно [11, 12], в области неоднозначности решения реализуются как регулярные, так и маховские отражения скачков в зависимости от предыстории процесса (наблюдается гистерезис перехода от регулярного отражения к маховскому и обратно). Кроме того, критерий (6) предпочтителен для нестационарных течений газа с бегущими ударными волнами [2]. Решения, полученные для установившихся течений, в дальнейшем применяются для анализа нестационарного отражения ударных волн от элементов конструкций. Поэтому при анализе установившихся течений далее рассматривается весь диапазон (6) параметров падающих скачков.

#### Схема эквивалентного нестационарного течения

Регулярному отражению скачка уплотнения, падающему на твёрдую поверхность (плоскость симметрии) под углом  $\sigma_1$  в потоке с числом Маха  $M$  (рис. 1) эквивалентно, после обращения движения, отражение ударной волны той же интенсивности

$$J_1 = p_1/p = (1 + \varepsilon)M^2 \sin^2 \alpha \times \times \sigma_1 - \varepsilon = (1 + \varepsilon)M^2 \cos^2 \alpha - \varepsilon, \quad (7)$$

распространяющейся по неподвижной среде и отражающейся от клина с углом  $\alpha = \pi/2 - \sigma_1$  (рис. 1, б). Точка  $R$  отражения ударной волны движется вдоль поверхности с тем числом Маха  $M$ , что и число Маха набегающего потока в стационарной задаче. Данный метод обращения движения с отражением скачков уплотнения и бегущих ударных волн был использован, в частности, в [13] для анализа маховского отражения. Число Маха, характеризующее нормальную скорость распространения падающей волны на рис. 1, б, составляет

$$M_s = M \sin \sigma_1 = M \cos \alpha = \sqrt{(J_1 + \varepsilon)/(1 + \varepsilon)},$$

так что  $J_1 = (1 + \varepsilon)M_s^2 - \varepsilon$ . При этом интенсивность  $J_2$  отраженной волны и статическое давление за ней таковы же, как и в эквивалентном случае стационарного отражения скачка.

В задачах нестационарного отражения ударных (в особенности — взрывных) волн особую важность имеют перепады давления на этих волнах (их амплитуды) и значения избыточного давления за точкой отражения, характеризующие механическую нагрузку на преграду. Амплитуда падающей ударной волны составляет

$$\Delta p_1 = p_1 - p = p \cdot (J_1 - 1), \quad (8)$$

амплитуда отраженной волны

$$\Delta p_2 = p_2 - p_1 = p J_1 \cdot (J_2 - 1),$$

а избыточное давление за точкой отражения

$$\Delta p_\Sigma = p_2 - p = p \cdot (J_1 J_2 - 1).$$

При фиксированных значениях давления  $p$  в невозмущенной среде и интенсивности  $J_1$  (амплитуды  $\Delta p_1$ ) амплитуда  $\Delta p_2$  отраженной волны и избыточное давление  $\Delta p_\Sigma$  за ней линейно зависят от ее интенсивности  $J_2$ , то есть от угла клина  $\alpha$  при нестационарном отражении или от числа Маха  $M$  в эквивалентном стационарном случае. Немонотонная зависимость  $J_2(M)$  при регулярном отражении стационарного скачка означает, что избыточное давление  $\Delta p_\Sigma$  за точкой отражения бегущей ударной волны с заданными свойствами немонотонно зависит от угла наклона отражающей поверхности. Данный факт не является внешне очевидным (скорее, наоборот) и требует аналитического доказательства.

Увеличение давления на преграду за отраженной ударной волной может быть, кроме того, охарактеризовано ее коэффициентом давления

$$K_2 = \Delta p_2 / \Delta p_1 = (J_2 - 1) / (J_1 - 1) \quad (9)$$

или коэффициентом усиления

$$K_\Sigma = \Delta p_\Sigma / \Delta p_1 = (J_1 J_2 - 1) / (J_1 - 1). \quad (10)$$

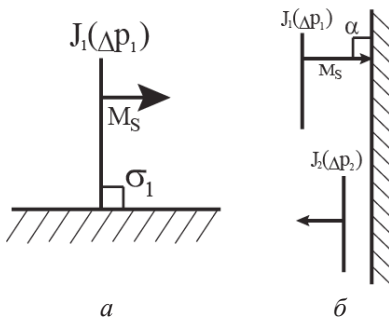


Рис. 3. Предельные случаи взаимодействия бегущей ударной волны с поверхностью: а — параллельное скольжение ( $\sigma_1 = 90^\circ$ ,  $\alpha = 0$ ); б — нормальное отражение ( $\sigma_1 = 0$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ): движение падающей (сверху) и отраженной (снизу) волн

Эти коэффициенты минимальны ( $K_2 = 0$ ,  $K_\Sigma = 1$ ), если волна скользит параллельно поверхности (рис. 3, а), и отраженная волна отсутствует (вырождается в слабое возмущение,  $J_2 = 1$ ). При нормальном ( $\alpha = 90^\circ$ ,  $\sigma_1 = 0$ ) отражении ударной волны с амплитудой  $\Delta p_1$  (рис. 3, б) амплитуда  $\Delta p_2$  рассчитывается по формуле Измайлова-Крюссара [4, 14]

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 \cdot [1 + \Delta p_1 / (\varepsilon \Delta p_1 + (1 + \varepsilon) p_0)],$$

откуда коэффициенты давления и усиления на отраженной волне

$$K_2 = 1 + \Delta p_1 / (\varepsilon \Delta p_1 + (1 + \varepsilon) p_0) = 1 + (J_1 - 1) / (1 + \varepsilon J_1). \quad (11)$$

$$K_\Sigma = 2 + \Delta p_1 / (\varepsilon \Delta p_1 + (1 + \varepsilon) p_0) = 2 + (J_1 - 1) / (1 + \varepsilon J_1). \quad (12)$$

После обратного перехода к установившемуся течению, нормальное отражение ударной волны эквивалентно отражению скачка уплотнения той же интенсивности  $J_1$  в потоке с числом Маха  $M \rightarrow \infty$ . Таким образом, анализ отражения скачков уплотнения в потоках совершенного газа с большими числами Маха без рассмотрения дополнительных («гиперзвуковых») физических эффектов приобретает очевидный практический смысл. Это явление механически эквивалентно отражению ударных волн вполне умеренной интенсивности от преград, близких к нормальным. Таково, например, отражение фронта ударной волны при приповерхностном взрыве, когда точка регулярного отражения распространяется вдоль поверхности с очень большой (в первый момент нормального отражения при касании поверхности — с бесконечно большой) скоростью (рис. 4).

### Аналитические результаты

Равенство нулю частной производной ( $\partial J_2 / \partial M = 0$ ), примененное к решению (5), определяет условия экстремальной интенсивности отражения. Эти условия записываются в форме кубического уравнения относительно интенсивности падающего скачка



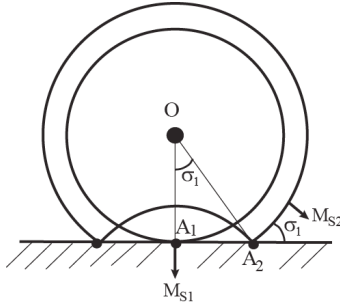


Рис. 4. Начальные стадии отражения фронта ударной волны при приповерхностном взрыве. Скорость движения точки отражения вдоль поверхности бесконечно велика в начальный момент нормального отражения ( $A_1$ ) и соответствует числу Маха  $M = M_S / \sin \sigma_1$  при регулярном отражении ( $A_2$ ). При этом число Маха  $M_S$  ( $M_{S1}, M_{S2}$ ) движения фронта волны, как правило, переменнo и уменьшается по мере удаления от источника взрыва  $O$

$$\sum_{n=0}^3 G_n J_1^n = 0, \quad G_3 = (1 - \varepsilon)^2;$$

$$G_2 = -3(1 - \varepsilon) \cdot [(1 + \varepsilon)M^2 + 1 - \varepsilon];$$

$$G_1 = (1 - \varepsilon) \cdot \left[ \frac{(1 + \varepsilon)(3 + 2\varepsilon)M^4 + 2(1 + \varepsilon)(1 - 2\varepsilon)M^2 + (1 - \varepsilon)(1 - 2\varepsilon)}{1} \right]; \quad (13)$$

$$G_0 = -[(1 + \varepsilon)M^4 + 1 - \varepsilon] \times [(1 + \varepsilon)(1 - 2\varepsilon)M^2 - (1 - \varepsilon)(1 + 2\varepsilon)]$$

или того же уравнения, записанного относительно числа Маха потока

$$\sum_{n=0}^3 H_n M^{2n} = 0; \quad H_3 = (1 - 2\varepsilon)(1 + \varepsilon)^2;$$

$$H_2 = -(1 - \varepsilon^2) \cdot [(3 + 2\varepsilon)J_1 + 1 + 2\varepsilon]; \quad (14)$$

$$H_0 = -(1 - \varepsilon)^2 \cdot (J_1 - 1) \cdot (J_1^2 - 2J_1 - 1 - 2\varepsilon);$$

$$H_0 = -(1 - \varepsilon)^2 \cdot (J_1 - 1) \cdot (J_1^2 - 2J_1 - 1 - 2\varepsilon).$$

Расчеты показывают, что регулярному отражению соответствуют решения уравнения (13) или (14), показанные на рис. 2, а кривой 3.

Эквивалентное отражение бегущей ударной волны уместно рассматривать на плоскости

( $\Delta p_1, \alpha$ ), показанной на рис. 2, б. Амплитуда падающей волны связана с ее интенсивностью соотношением (8), а угол наклона преграды с числом Маха и интенсивностью — соотношением (7) при условии  $\alpha = 90^\circ - \sigma_1$ . Здесь и далее для определенности принято, что ударная волна распространяется по невозмущенной среде с давлением  $p = 100$  кПа.

Решение для регулярного отражения падающей волны существует в диапазоне  $\alpha \in [\alpha_d, 90^\circ]$ , где  $\alpha_d$  — угол раствора клина, соответствующий критерию (5) максимального поворота потока (т.е. переходу к нерегулярному отражению). Этот предельный угол показан кривой 1 на рис. 2, б. Угол, соответствующий критерию фон Неймана, показан там же кривой 2. Кривая 3 соответствует минимумам давления на преграду в зависимости от угла ее наклона при различных фиксированных амплитудах падающей волны.

Экстремумы параметров отраженной ударной волны показаны также на рис. 2, в в координатах ( $M_S, \alpha$ ). Кривая 3 соответствует минимумам давления за точкой отражения ударной волны с определенным числом Маха  $M_S$  движения ее фронта. Она позволяет установить углы наклона элементов конструкций, доставляющие минимальные значения механических нагрузок при заданном числе Маха распространения ударной волны.

Углы наклона преграды, соответствующие минимумам давления за отраженной волной, в координатах ( $M_S, \alpha$ ) описываются уравнением

$$\sum_{n=0}^3 Z_n z^n = 0, \quad (15)$$

где  $z = \sin^2 \sigma_1 = \cos^2 \alpha$ ;

$$Z_3 = (1 - \varepsilon)^2 (M_S^2 - 1) \times [(1 + \varepsilon)M_S^4 - 2(1 + \varepsilon)M_S^2 - (1 - \varepsilon)];$$

$$Z_2 = -(1 - \varepsilon)M_S^2 \cdot \left[ \frac{3(1 + \varepsilon)M_S^4 - 2(1 + \varepsilon)M_S^2 + (1 - \varepsilon)}{1} \right];$$

$$Z_1 = -(1 - \varepsilon) \cdot [(3 + 2\varepsilon)M_S^2 + 1 - 2\varepsilon];$$

$$Z_0 = (2\varepsilon - 1)M_S^6.$$

Согласно уравнению (15), в предельном случае слабых ударных волн ( $M_S \rightarrow 1$ ) минимум давления за отраженной волной достигается при

$$z = (\sqrt{2-2\varepsilon} - 1) / \sqrt{2-2\varepsilon} = 0,225,$$

что соответствует углу наклона клина

$$z_e = \cos^2 \alpha_e = \frac{(1-\varepsilon)(3-\varepsilon)(1-2\varepsilon)^2 - \sqrt{3-20\varepsilon+49\varepsilon^2-52\varepsilon^3+20\varepsilon^4}}{(1-\varepsilon)(3-2\varepsilon)(1-5\varepsilon+2\varepsilon^2)} = 0,311.$$

В дальнейшем (при  $M_S > 2,175$ ) оптимальный (доставляющий минимум давления на преграду) угол раствора клина соответствует области неоднозначности вида отражения, расположенной между кривыми 1 и 2. При данных параметрах нестационарного взаимодействия ударной волны с наклонной преградой (в отличие от случая стационарного отражения скачка уплотнения), как правило, реализуется именно регулярное отражение. У сильных ударных волн угол наклона преграды, соответствующий минимуму механической нагрузки, смещается к нижней границе области существования регулярного отражения.

### Численные данные и их обсуждение

На рис. 5, а показано изменение коэффициента (9) отражения ударных волн различной амплитуды (кривые 1–10) в зависимости от угла

$$\alpha_c = \arcsin(2-2\varepsilon)^{-1/4} = \arcsin[(\gamma+1)/4]^{1/4} = 61,656^\circ$$

(точка *c* на кривой 3). При  $M_S = 2,175$  минимум давления соответствует критерию фон Неймана перехода от маховского отражения к регулярному (точка *e* пересечения кривых 2 и 3). Соответствующее значение угла наклона преграды ( $\alpha_e = 56,105^\circ$ ) определяется соотношением

$\alpha$  наклона преграды. Диапазон изменения угла простирается от кривой 11, соответствующей смене типа отражения согласно критерию (6), до величины  $\alpha = 90^\circ$ , соответствующей нормальному отражению как предельному случаю регулярного. В последнем случае значения коэффициента отражения соответствуют соотношению Измайлова-Крюссара в форме (11). Как видно из рис. 5, а, уменьшение давления на отраженной ударной волне при оптимальной постановке преграды может быть весьма существенным.

Изменение коэффициента (10) усиления падающей волны при тех же условиях показано на рис. 5, б. На правой границе расчетной области ( $\alpha = 90^\circ$ ) коэффициенты усиления соответствуют соотношению Измайлова-Крюссара в форме (12). Максимальный эффект снижения коэффициента  $K_\Sigma$  на промежутке от левой границы расчетной области (кривой 11) до точки минимума

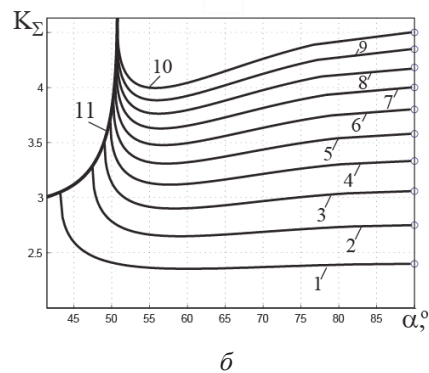
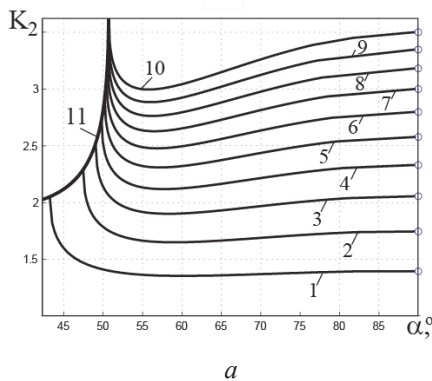


Рис. 5. Изменение коэффициентов отражения (а) и усиления (б) регулярно отраженной волны в зависимости от угла наклона преграды при различных амплитудах падающей волны:  $\Delta p_1 = 50$  кПа (кривые 1), 100 кПа (2), 150 кПа (3), 200 кПа (4), 250 кПа (5), 300 кПа (6), 350 кПа (7), 400 кПа (8), 450 кПа (9), 500 кПа (10).

Кривые 11 ограничивают область существования регулярного отражения согласно критерию максимального угла поворота потока

составляет 30–32% и наблюдается при отражении слабых ударных волн ( $\Delta p_1 < 10$  кПа). При отражении сильных ударных волн ( $\Delta p_1 > 1000$  кПа) эффект снижения нагрузки на преграду составляет около 10%. Давление на преграду при нормальном отражении больше, чем при ее оптимальной постановке: незначительно — для слабых ударных волн и примерно на 20% — для сильных волн ( $\Delta p_1 > 1000$  кПа). Таким образом, в достаточно широкой области параметров задачи, прилегающей к границе области существования регулярного отражения, давление за отраженной волной падает при увеличении угла наклона преграды.

### Выводы

Параметры падающих скачков уплотнения, обеспечивающих минимум статического давления за отраженным скачком, описываются кубическим уравнением (12) или (13) в переменных «интенсивность скачка — число Маха набегающего потока». Аналогичное кубическое уравнение (14) аналитически определяет углы наклона преграды, при которых минимально статическое давление за точкой регулярного отражения бегущей ударной волны заданной амплитуды. Эти оптимальные углы наклона отражающей поверхности существуют при всех теоретически возможных параметрах падающей волны. При этом оптимальное отражение ударной волны отличается как от нормального отражения, так и от другого предельного случая перехода от регулярного отражения к маховскому. Расчеты показывают, что геометрическая оптимизация взаимодействия ударных (в частности, взрывных) волн с преградами позволяет существенно уменьшить механические нагрузки на элементы конструкций. По этой причине полученные теоретические результаты могут быть использованы при проектировании взрывостойких сооружений, разработке средств взрывозащиты, в авиационном и ракетном двигателестроении, сверхзвуковой аэродинамике и во многих других областях техники.

### Литература

1. Henderson L.F. Exact Expressions for Shock Reflection Transition Criteria in a Perfect Gas // ZAMM — Journal of Applied Mathematics and

Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1982. Vol. 62. № 6. P. 258–261.

2. Ben-Dor G. Shock Wave Reflection Phenomena. Berlin – Heidelberg – New York: Springer. 2007. 342 p.

3. Адрианов А.Л., Старых А.Л., Усков В.Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. — Новосибирск: Наука. 1995. 180 с.

4. Балаганский И.А., Мержиевский Л.А. Действие средств поражения и боеприпасов. — Новосибирск: Изд-во НГТУ. 2004. 408 с.

5. Silnikov M.V., Mikhaylin A.I. Protection of flying vehicles against blast loads // Acta Astronautica. 2014. Vol. 97. Issue 1. P. 30–37.

6. Селиванов В.В., Кобылкин И.Ф., Новиков С.А. Взрывные технологии. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2008. 648 с.

7. Гельфанд Б.Е., Сильников М.В. Баротермическое действие взрывов. — СПб.: Астерион. 2006. 658 с.

8. Сильников М.В., Чернышов М.В., Гвоздева Л.Г. Аналитическое описание области существования тройных конфигураций с отрицательным углом наклона отраженного скачка // Журнал технической физики. 2016. Том 86. Вып. 11. С. 30–34.

9. Hornung H.G., Robinson M.I. Transition from regular to Mach reflection of shock waves. Part 2: The steady-flow criterion // Journal of Fluid Mechanics. 1982. Vol. 123. Part 1. P. 155–164.

10. Mölder S. Particular conditions for the termination of regular reflection of shock waves // Canadian Aeronautics and Space Institute Transactions. 1979. Vol. 25. P. 44–49.

11. Chpoun A., Ben-Dor G. Numerical confirmation of the hysteresis phenomenon in the regular to Mach reflection transition in steady flows // Shock Waves. 1995. Vol. 5. № 4. P. 199–204.

12. Ivanov M.S., Gimelshein S.F., Beylich A.E. Hysteresis effect in stationary reflection of shock waves // Physics of Fluids. 1995. Vol. 7. № 4. P. 685–687.

13. Ben-Dor G., Takayama K. Application of Steady Shock Polars to Unsteady Shock Wave Reflections // AIAA Journal. 1985. Vol. 24. № 4. P. 682–684.

14. Silnikov M.V., Chernyshov M.V., Mikhaylin A.I. Blast wave parameters at diminished ambi-



ent pressure // *Acta Astronautica*. 2015. Vol. 109. P. 235–240.

# References

1. Henderson L.F. Exact Expressions for Shock Reflection Transition Criteria in a Perfect Gas // *ZAMM — Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1982. Vol. 62. № 6. P. 258–261.

2. Ben-Dor G. *Shock Wave Reflection Phenomena*. Berlin – Heidelberg – New York: Springer. 2007. 342 p.

3. Adrianov A.L., Starykh A.L., Uskov V.N. *Interaction of Stationary Discontinuities in Gas Dynamics*. — Novosibirsk: Nauka. 1995. 180 p.

4. Balagansky I.A., Merzhievsky L.A. *Action of Weapons and Ammunition*. Novosibirsk: — Novosibirsk State Technical University. 2004. 408 p.

5. Silnikov M.V., Mikhaylin A.I. Protection of flying vehicles against blast loads // *Acta Astronautica*. 2014. Vol. 97. Issue 1. P. 30–37.

6. Selivanov V.V., Kobylkin I.F., Novikov S.A. *Blast Technologies*. — Moscow: Bauman Moscow State Technical University. 2008. 648 p.

7. Gelfand B.E., Silnikov M.V. *Barothermal Action of Blasts*. Saint Petersburg: Asterion. 2006. 658 p.

8. Sil'nikov M.V., Chernyshov M.V., Gvozdeva L.G. Analytic Description of the Domain of Existence of Triple Configurations with a Negative Slope of Reflected Shock // *Technical Physics*. 2016. Vol. 86. № 11. P. 30–34.

9. Hornung H.G., Robinson M.I. Transition from regular to Mach reflection of shock waves. Part 2: The steady-flow criterion // *Journal of Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 123. Part 1. P. 155–164.

10. Mölder S. Particular conditions for the termination of regular reflection of shock waves // *Canadian Aeronautics and Space Institute Transactions*. 1979. Vol. 25. P. 44–49.

11. Chpoun A., Ben-Dor G. Numerical confirmation of the hysteresis phenomenon in the regular to Mach reflection transition in steady flows // *Shock Waves*. 1995. Vol. 5. № 4. P. 199–204.

12. Ivanov M.S., Gimelshein S.F., Beylich A.E. Hysteresis effect in stationary reflection of shock waves // *Physics of Fluids*. 1995. Vol. 7. № 4. P. 685–687.

13. Ben-Dor G., Takayama K. Application of Steady Shock Polars to Unsteady Shock Wave Reflections // *AIAA Journal*. 1985. Vol. 24. № 4. P. 682–684.

14. Silnikov M.V., Chernyshov M.V., Mikhaylin A.I. Blast wave parameters at diminished ambient pressure // *Acta Astronautica*. 2015. Vol. 109. P. 235–240.